



Orni 3

Rechenmodell für Ornithopter

Das Programm ermöglicht zumindest näherungsweise eine quantitative Beschreibung der Dynamik und Aerodynamik von profilierten Schlagflügeln. Vor allem der zahlenmäßige Vergleich bei Veränderungen diverser Schlagflügel-Einflussgrößen ist damit durchführbar.

Für die Berechnung werden profilierte Schlagflügel und quasistationäre Strömungsbedingungen vorausgesetzt. Die Berechnungen führen also nur beim schnellen Vorwärtsflug mit relativ kleinen Schlagfrequenzen zu brauchbaren Ergebnissen (große Vögel, Fliegen mit dem Auftrieb).

Zum zum besseren Verständnis der nachstehenden Ausführungen sollten die Webseite <http://www.ornithopter.de>, der Inhalt des dort bereit gestellten Handbuches "**Wie Ornithopter fliegen**" und das Rechenprogramm **Orni 2** bekannt sein.

Das Rechenverfahren konnte bisher bei der Anwendung im Modellbau nur per Augenschein, aber noch nicht durch Messungen bestätigt werden. Daher ist Vorsicht geboten. Der Autor übernimmt keinerlei Gewähr für die Richtigkeit und Vollständigkeit der Berechnung und der gemachten Angaben.

- Das Programm ist mit der Software "Mathcad 13" geschrieben.
- Der Schutz des Arbeitsblattes kann mit Mathcad nach dem Speichern im xmcd-Format entfernt werden (ohne Passwort).
- Im Normalfall sind nur die nachfolgend gelb markierten Felder zur Eingabe erforderlich.

Das hier aufgeführte Rechenprogramm ist als Open-Source-Software zu verstehen. Damit ist es jedem möglich, Einblick in das Rechenverfahren zu nehmen. Jeder hat die Erlaubnis diesen Quellcode beliebig weiter zu geben, zu verändern und vor allem zu korrigieren und zu verbessern.

Inhalt

1. Datenvorschlag für das Rechenmodell	2
2. Berechnung der Zirkulationskennzahlen	3
3. Schlagflug-Rechenprogramm	5
4. Gleichgewichtsuche in x- und z-Richtung	12
5. Eingabe der Modelldaten	13
6. Ergebnis der Modelldaten	15
7. Horizontalflug	16
8. Bereichsberechnung	16
8.1 Festlegung der Bereichsvariablen	17
8.2 Ergebnis der Bereichsberechnung	18



1. Datenvorschlag für das Rechenmodell

Die vorgegebenen Beispielwerte entsprechen etwa denen eines **EV**-Ornithoptermodells und sind änderbar. Viele von ihnen lassen sich am Ende dieses Arbeitsblattes auch in Form einer Bereichsvariablen schrittweise variieren.

Modell	Modellmasse	$m_M = 4 \cdot \text{kg}$	
	Modellrestwiderstand	$c_{wr} = 0.02$	bezogen auf die Flügelfläche
Schlagflügel	Spannweite	$b = 2.8 \cdot \text{m}$	
	Streckung	$\Lambda = 10$	
	relativer Abstand des Flügelumrissknicks von der Flügelwurzel, bezogen auf die Halbspannweite	$y_{kr} = 0.8$	Werte 0 bis 1
	relative Flügeltiefe an der Flügel- spitze, bezogen auf die Flügelwurzeltiefe	$l_{sr} = 0.7$	Werte 0 bis 1 Bei rechteckigem Umriss ($y_k = 1$) ist l_s wirkungslos
	relative Flügelmasse bezogen auf die Modellmasse	$m_{Fr} = 0.2$	m_F ist etwa 1/5 der Modellmasse
	relativer Flügelschwerpunkt- abstand vom Schlaglager, bezogen auf die Halbspannweite	$r_{mFr} = 0.44$	
Gleitflug	mittlerer Auftriebsbeiwert	$c_{amG} = 0.65$	
	Zirkulationskennzahl (8 für elliptische Auftriebsverteilung)	$c_{\Gamma G} = 8.00$	Werte 7 bis 8
Kraftflug	minimal zulässige Zirkulationskennzahl beim Aufschlag	$c_{\Gamma 1_min} = 0$	Werte 0 .. 5 -20 = ohne Begrenzung
	maximal zulässige Zirkulationskennzahl beim Abschlag	$c_{\Gamma 2_max} = 10$	Werte 8 .. 10 10 = ohne Begrenzung
	Vorschlag für die Flügelschlagfrequenz (wie bei einem Vogel mit diesem Gewicht)	$f_V = e^{\log\left(\frac{10 \cdot \text{kg}}{m_M}\right)} \cdot \frac{1}{s}$	$f_V = 1.489 \frac{1}{s}$
	gewählte Flügelschlagfrequenz (Sie wird insbesondere durch die Flügelkonstruktion begrenzt)	$f = 1.500 \cdot \frac{1}{s}$	Werte 1 bis 4 (große Vögel)
	Schlag-Endlagenwinkel, gemessen von der Schlagmitte \pm	$\phi_E = 30 \cdot \text{Grad}$	Werte 20 bis 45



Antriebswirkungsgrad
(für Leistungsverluste von Motor,
Getriebe, Mechanik und
Flügelverwindung)

$$\eta_{\text{Antr}} = 0.50$$

Akku-Energie
(Zellenzahl [8] x
Zellenspannung [1.0 V] x
Ladung [2Ah*3600 = 7200 As bzw. C])

$$E_{\text{Akku}} = 57600 \cdot C \cdot V$$

Physik

Viskosität der Luft

$$\nu = 0.00001464 \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Luftdichte

$$\rho = 1.225 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Fallbeschleunigung

$$g_{\text{ff}} = 9.81 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Rechnung

Anzahl der Rechenstützpunkte
längs der Halbspannweite und
während eines Taktes

$$n = 10$$

Werte etwa 10 bis 40
nur geradzahlige,
ganze Werte

Index der Variablen im
Dateneingabevektor **data**
für eine Bereichsberechnung

$$\text{VAR} = 0$$

Werte 0 bis 12,
siehe unten

Kraftflugart-Schalter
zum Umschalten der Berechnung
zwischen Horizontal- und Steigflug


$$\text{flag} = 1$$

Steigflug = 1
Horizontalfly = 0

Profil

Es werden die Profildaten vom CLARK-Y (11.7) verwendet. Sie sind in einem eigenen Arbeitsblatt enthalten (siehe folgender Verweis).

Der Nullauftriebswinkel und der Auftriebsgradient der Profildaten sind auf den Rezahlbereich der **EV**-Modelle abgestimmt. Auch die Grenzwerte des c_a -Arbeitsbereiches folgen aus der Flügelbauweise dieser Modelle. Bei hohen Genauigkeitsanforderungen ist ihre Festlegung an die gewählten Abmessungen anzupassen!

 Verweis:F:\orni\daten\orni\clark_y.xmcdz(R)

Orni 3 und die **Profildatei** sind im gleichen Verzeichnis zu speichern. Andernfalls ist der Verweis zur Profildatei anzupassen. Das Rechenprogramm funktioniert nur mit korrektem Dateiverweis.



2. Berechnung der Zirkulationskennzahlen

Nachstehende Bestimmung der Zirkulationskennzahlen basiert auf der Nullstellensuche der von Mathcad bereit gestellten Wurzelfunktion. Dabei wird zunächst mit einer geschätzten, vorgegebenen Zirkulationskennzahl die Verteilung des Auftriebsbeiwertes beschrieben und die kleinste Differenz zum c_a -Grenzwert berechnet. Von der Wurzelfunktion wird dann die Nullstelle dieser Differenz gesucht und die dazugehörige Zirkulationskennzahl zurückgegeben.

Um bei diesem Rechenverfahren die Variation der verschiedenen Eingangsparameter im späteren Rechnungsgang berücksichtigen zu können, werden diese Eingangsparameter in Form des Vektors **Para** der Wurzelfunktion mit übergeben.

Zirkulationsverteilung

Die Berechnung der Zirkulation längs der Spannweite ist im Rechnungsgang an mehreren Stellen erforderlich. Zur einfacheren Handhabung soll gelten:

$$f_{\Gamma N}(y_{\Gamma X}, jx, nx) = \begin{cases} f_{\Gamma N} = \frac{12}{\pi} - 6 \cdot y_{\Gamma X} & \text{if } jx = 0 \\ f_{\Gamma N} = \left(\frac{12}{\pi} - 6 \cdot y_{\Gamma X} \right) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{jx}{nx} \right)^2} + \left(18 \cdot y_{\Gamma X} - \frac{24}{\pi} \right) \cdot \left(\frac{jx}{nx} \right)^2 \cdot \operatorname{arcosh} \left(\frac{nx}{jx} \right) & \text{otherwis} \end{cases}$$

Beschreibung der c_a -Verteilung

Der Einfachheit halber wird in dieser Funktion ohne Einheiten gerechnet.

$$f_{ca}(\mathbf{Para}, c_{\Gamma N X}) = \begin{cases} b = \mathbf{Para}_0 \\ y_{kr} = \mathbf{Para}_1 \\ l_{sr} = \mathbf{Para}_2 \\ l_0 = \mathbf{Para}_3 \\ y_{\Gamma G} = \mathbf{Para}_4 \\ \Gamma_G = \mathbf{Para}_5 \\ \omega_{\max} = \mathbf{Para}_6 \\ k_v = \mathbf{Para}_7 \\ v_K = \mathbf{Para}_8 \\ y_{\Gamma N} = \frac{c_{\Gamma N X}}{6 \cdot \pi} \end{cases}$$



$$\begin{aligned}
 s &= \frac{b}{2} \\
 \Gamma_{mK} &= \Gamma_G \cdot \left[\frac{\frac{2}{l_0 \cdot c_{\alpha}} \cdot \left(\frac{12}{\pi} - 6 \cdot y_{\Gamma G} \right) + \frac{18}{b} \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{2}{3} \cdot y_{\Gamma G} \right)}{\frac{2}{l_0 \cdot c_{\alpha}} \cdot \left(\frac{12}{\pi} - 6 \cdot y_{\Gamma N} \right) + \frac{18}{b} \cdot \left[\frac{1}{\pi} - \frac{2}{3} \cdot (y_{\Gamma N}) \right]} \right] \cdot k_v \\
 &\text{for } j \in 0..n \\
 y_j &= \frac{j}{n} \cdot s \\
 l_j &= l_0 \text{ if } y_j \leq y_{kr} \cdot s \\
 l_j &= l_0 \cdot \left[1 - \frac{(1 - l_{sr}) \cdot \left(\frac{j}{n} - y_{kr} \right)}{1 - y_{kr}} \right] \text{ otherwise} \\
 v_{uKmax} &= y_j \cdot \omega_{max} \\
 v_{eKmax} &= \sqrt{v_{uKmax}^2 + v_K^2} \\
 \Gamma_N &= \Gamma_{mK} \cdot f_{\Gamma N}(y_{\Gamma N}, j, n) \\
 c_{aN_j} &= \frac{2 \cdot \Gamma_N}{l_j \cdot v_{eKmax}} \\
 c_{aN} &
 \end{aligned}$$

Zirkulationskennzahl für den Aufschlag

$$f_{c\Gamma 1}(\text{Parameter}, c_{\Gamma N x}) = \left| \begin{array}{l} c_{aN} = f_{ca}(\text{Parameter}, c_{\Gamma N x}) \\ \text{Diff} = c_{a_min} - \min(c_{aN}) \end{array} \right.$$

Zirkulationskennzahl für den Abschlag

$$f_{c\Gamma 2}(\text{Parameter}, c_{\Gamma N x}) = \left| \begin{array}{l} c_{aN} = f_{ca}(\text{Parameter}, c_{\Gamma N x}) \\ \text{Diff} = \max(c_{aN}) - c_{a_max} \end{array} \right.$$

3. Schlagflug-Rechenprogramm

Gleit- und Kraftflug des Rechenmodells sind in der folgenden Funktion zusammengefasst.

$$f_{\text{Flug}}(\text{datax}, k_{vx}, v_{sKx}, fx) = \left| \begin{array}{l} \text{VAR} = \text{datax}_0 \\ \text{flag} = \text{datax}_1 \\ m_M = \text{datax}_2 \cdot \text{kg} \\ b = \text{datax}_3 \cdot \text{m} \\ \Lambda = \text{datax}_4 \end{array} \right.$$



$$y_{kr} = \text{datax5}$$

$$l_{sr} = \text{datax6}$$

$$c_{amG} = \text{datax7}$$

$$c_{\Gamma G} = \text{datax8}$$

$$c_{\Gamma 1_min} = \text{datax9}$$

$$c_{\Gamma 2_max} = \text{datax10}$$

$$\phi_E = \text{datax12}$$

$$E_{Akku} = \text{datax13} \cdot C \cdot V$$

$$k_v = k_{vx}$$

$$v_{sK} = v_{sKx} \cdot \frac{m}{s}$$

$$f = f_x \cdot \frac{1}{s}$$

$$s = \frac{b}{2}$$

$$l_m = \frac{b}{\Lambda}$$

$$A = l_m^2 \cdot \Lambda$$

$$m_F = m_{Fr} \cdot m_M$$

$$v_G = \sqrt{\frac{2 \cdot m_M \cdot g}{\rho \cdot c_{amG} \cdot l_m \cdot b}}$$

$$\Gamma_G = \frac{m_M \cdot g}{\rho \cdot v_G \cdot b}$$

$$q_G = \frac{\rho \cdot v_G^2}{2}$$

$$F_{WrG} = c_{wr} \cdot q_G \cdot A$$

$$y_{\Gamma G} = \frac{c_{\Gamma G}}{6 \cdot \pi}$$

$$l_0 = \frac{l_m}{y_{kr} + \frac{(1 - y_{kr}) \cdot (l_{sr} + 1)}{2}}$$

$$l_{sr} = \text{wenn}(y_{kr} < 1, l_{sr}, 1)$$

for $j \in 0..n$

$$y_j = \frac{j}{n} \cdot s$$

$$l_j = l_0 \quad \text{if } y_j \leq y_{kr} \cdot s$$



$$I_j = I_0 \cdot \left[1 - \frac{(1 - I_{sr}) \cdot \left(\frac{y_j}{s} - y_{kr} \right)}{1 - y_{kr}} \right] \text{ otherwise}$$

$$\Gamma_{G_j} = \Gamma_G \cdot \left(\frac{12}{\pi} - 6 \cdot y_{\Gamma G} \right) \text{ if } j = 0$$

$$\Gamma_{G_j} = \Gamma_G \cdot f_{\Gamma N}(y_{\Gamma G}, j, n) \text{ otherwise}$$

$$c_{aG} = \frac{2 \cdot \Gamma_{G_j}}{I_j \cdot v_G}$$

$$Re_G = v_G \cdot \frac{I_j}{\nu}$$

$$\alpha_G = f_{\alpha}(c_{aG}, Re_G)$$

$$v_{iG} = \Gamma_G \cdot \frac{18}{b} \cdot \left[\frac{1}{\pi} - \frac{2}{3} \cdot y_{\Gamma G} + \left(\frac{\pi}{2} \cdot y_{\Gamma G} - \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{j}{n} \right]$$

$$\alpha_{iG} = \text{atan} \left(\frac{v_{iG}}{v_G} \right)$$

$$\alpha_{EG_j} = \alpha_G + \alpha_{iG}$$

$$F_{AG_j} = \rho \cdot v_G \cdot \Gamma_{G_j}$$

$$F_{WiG_j} = F_{AG_j} \cdot \frac{v_{iG}}{v_G}$$

$$F_{WpG_j} = f_{cwp} \left(\frac{2 \cdot \Gamma_{G_j}}{I_j \cdot v_G}, v_G \cdot \frac{I_j}{\nu} \right) \cdot q_G \cdot I_j$$

$$J_{F_j} = (y_j)^2 \cdot \frac{I_j}{A} \cdot m_F$$

$$c_{y_j} = \begin{cases} 1 & \text{if } j = 0 \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 1 & \text{if } j = n \\ \text{otherwise} & \\ \begin{cases} 2 & \text{if } \text{floor} \left(\frac{j}{2} \right) = \frac{j}{2} \\ 4 & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$F_{AG} = \sum \left(\frac{b}{n \cdot 3} \cdot \overrightarrow{c_y} \cdot F_{AG} \right)$$

$$F_{WiG} = \sum \left(\frac{b}{n \cdot 3} \cdot \overrightarrow{c_y} \cdot F_{WiG} \right)$$

$$F_{WpG} = \sum \left(\frac{b}{n \cdot 3} \cdot \overrightarrow{c_y} \cdot F_{WpG} \right)$$



$$F_{WgesG} = F_{WiG} + F_{WpG} + F_{WrG}$$

$$P_{VG} = v_G \cdot F_{WgesG}$$

$$\varepsilon = \frac{F_{AG}}{F_{WgesG}}$$

$$J_F = \sum \left[\frac{b}{n \cdot 3} \cdot \overrightarrow{(c_y \cdot J_F)} \right]$$

$$v_K = v_G \cdot k_v$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\omega_{max} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\phi_E}{T}$$

$$\mathbf{Param} = \begin{pmatrix} b \cdot \frac{1}{m} \\ y_{kr} \\ l_{sr} \\ l_0 \cdot \frac{1}{m} \\ y_{GG} \\ \Gamma_G \cdot \frac{s}{m^2} \\ \omega_{max} \cdot s \\ k_v \\ v_K \cdot \frac{s}{m} \end{pmatrix}$$

$$c_{\Gamma1a} = 0$$

$$c_{\Gamma1} = \text{wurzel}(f_{c\Gamma1}(\mathbf{Param}, c_{\Gamma1a}), c_{\Gamma1a})$$

$$c_{\Gamma1} = \text{wenn}(c_{\Gamma1} < c_{\Gamma1_min}, c_{\Gamma1_min}, c_{\Gamma1})$$

$$c_{\Gamma2a} = 9$$

$$c_{\Gamma2} = \text{wurzel}(f_{c\Gamma2}(\mathbf{Param}, c_{\Gamma2a}), c_{\Gamma2a})$$

$$c_{\Gamma2} = \text{wenn}(c_{\Gamma2} > c_{\Gamma2_max}, c_{\Gamma2_max}, c_{\Gamma2})$$

$$z = 2 \cdot n$$

for i ∈ 0.. z

$$\Phi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{i}{z} - \frac{\pi}{2}$$

$$\phi = \phi_E \cdot \sin(\Phi)$$

$$\omega = \omega_{max} \cdot \cos(\Phi)$$



$$c_{\Gamma K} = \begin{cases} c_{\Gamma G} - (c_{\Gamma G} - c_{\Gamma 1}) \cdot \cos(\Phi) & \text{if } i \leq \frac{Z}{2} \\ c_{\Gamma G} + (c_{\Gamma G} - c_{\Gamma 2}) \cdot \cos(\Phi) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y_{\Gamma K} = \frac{c_{\Gamma K}}{6 \cdot \pi}$$

$$\Gamma_{mK} = \Gamma_G \cdot \left[\frac{\frac{2}{l_0 \cdot c_{\alpha}} \cdot \left(\frac{12}{\pi} - 6 \cdot y_{\Gamma G} \right) + \frac{18}{b} \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{2}{3} \cdot y_{\Gamma G} \right)}{\frac{2}{l_0 \cdot c_{\alpha}} \cdot \left(\frac{12}{\pi} - 6 \cdot y_{\Gamma K} \right) + \frac{18}{b} \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{2}{3} \cdot y_{\Gamma K} \right)} \right] \cdot k_v$$

for $j \in 0..n$

$$v_u = y_j \cdot \omega$$

$$v_e = \sqrt{v_u^2 + v_K^2}$$

$$Re_K = v_e \cdot \frac{l_j}{v}$$

$$\Gamma_K = \Gamma_{mK} \cdot \left(\frac{12}{\pi} - 6 \cdot y_{\Gamma K} \right) \quad \text{if } j = 0$$

$$\Gamma_K = \Gamma_{mK} \cdot f_{\Gamma N}(y_{\Gamma K}, j, n) \quad \text{otherwise}$$

$$c_{aK} = \frac{2 \cdot \Gamma_K}{l_j \cdot v_e}$$

$$\alpha_K = f_{\alpha}(c_{aK}, Re_K)$$

$$F_Q = \rho \cdot v_e \cdot \Gamma_K$$

$$\delta = -\text{atan}\left(\frac{v_u}{v_K}\right)$$

$$F_{WpK} = f_{cwp}(c_{aK}, Re_K) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_e^2 \cdot l_j$$

$$v_{iK} = \Gamma_{mK} \cdot \frac{18}{b} \cdot \left[\frac{1}{\pi} - \frac{2}{3} \cdot y_{\Gamma K} + \left(\frac{\pi}{2} \cdot y_{\Gamma K} - \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{j}{n} \right]$$

$$F_{WiK} = F_Q \cdot \frac{v_{iK}}{v_e}$$

$$\alpha_{EK_j} = \alpha_K + \text{atan}\left(\frac{v_{iK}}{v_e}\right) - \delta - \sigma$$

$$F_{AF_j} = F_Q \cdot \cos(\delta) + F_{WiK} \cdot \sin(\delta) + F_{WpK} \cdot \sin(\delta)$$

$$F_{S_j} = F_Q \cdot \sin(\delta) - F_{WiK} \cdot \cos(\delta) - F_{WpK} \cdot \cos(\delta)$$

$$M_{SchlAF_j} = F_{AF_j} \cdot y_j$$

$$c_{v_j} = \begin{cases} 1 & \text{if } j = 0 \end{cases}$$



$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{otherwise} \\ 1 \text{ if } j = n \\ \text{otherwise} \\ 2 \text{ if } \text{floor}\left(\frac{j}{2}\right) = \frac{j}{2} \\ 4 \text{ otherwise} \end{array} \\
 F_{AM_i} &= \sum \left[\frac{b}{n \cdot 3} \cdot \overrightarrow{(\mathbf{c}_y \cdot \mathbf{F}_{AF})} \right] \cdot \cos(\phi) \\
 F_{SK_i} &= \sum \left[\frac{b}{n \cdot 3} \cdot \overrightarrow{(\mathbf{c}_y \cdot \mathbf{F}_S)} \right] \\
 M_{SchIA_i} &= \sum \left[\frac{b}{n \cdot 3} \cdot \overrightarrow{(\mathbf{c}_y \cdot \mathbf{M}_{SchIAF})} \right] \\
 M_{SchGF_i} &= -m_F \cdot g \cdot r_{mFr} \cdot s \cdot \cos(\phi) \\
 M_{SchIB_i} &= J_F \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \right)^2 \cdot \phi_E \cdot \sin(\Phi) \\
 M_{Schges_i} &= M_{SchIA_i} + M_{SchIB_i} + M_{SchGF_i} \\
 P_{Mot_i} &= (-M_{SchIA})_i \cdot \frac{\omega}{\eta_{Antr}} \\
 V_{\Delta\alpha 1} &= \left(\frac{\alpha_{EK_n}}{2} - \frac{\alpha_{EG_n}}{2} \right) \cdot \frac{2}{s} \text{ if } i = z \cdot 0.25 \\
 V_{\Delta\alpha 2} &= \left(\frac{\alpha_{EK_n}}{2} - \frac{\alpha_{EG_n}}{2} \right) \cdot \frac{2}{s} \text{ if } i = z \cdot 0.75 \\
 \mathbf{c}_{t_i} &= \left. \begin{array}{l} 1 \text{ if } i = 0 \\ \text{otherwise} \\ 1 \text{ if } i = z \\ \text{otherwise} \\ 2 \text{ if } \text{floor}\left(\frac{i}{2}\right) = \frac{i}{2} \\ 4 \text{ otherwise} \end{array} \right| \\
 P_{Mot} &= \sum \left(\frac{1}{z \cdot 3} \cdot \overrightarrow{\mathbf{c}_t \cdot \mathbf{P}_{Mot}} \right) \\
 F_S &= \sum \left(\frac{1}{z \cdot 3} \cdot \overrightarrow{\mathbf{c}_t \cdot \mathbf{F}_{SK}} \right) \\
 F_{WrK} &= c_{wr} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_K^2 \cdot A \\
 t_K &= \frac{E_{Akku}}{n}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & P_{\text{Mot}} \\
 s_x &= v_K \cdot t_K \\
 \gamma &= \text{atan}\left(\frac{v_{sK}}{v_K}\right) \\
 h_s &= s_x \cdot \sin(\gamma) \\
 CL &= \frac{P_{\text{Mot}}}{m_M \cdot v_K} \\
 M_{\text{Schlmin}} &= \min(M_{\text{Schlges}}) \\
 M_{\text{Schlmax}} &= \max(M_{\text{Schlges}}) \\
 M_{\text{Schl_max}} &= \text{wenn}(|M_{\text{Schlmax}}| > |M_{\text{Schlmin}}|, M_{\text{Schlmax}}, M_{\text{Schlmin}}) \\
 F_z &= \sum \left(\frac{1}{z \cdot 3} \cdot \overrightarrow{c_t \cdot F_{AM}} \right) - m_M \cdot g \cdot \cos(\gamma) \\
 F_x &= F_S - F_{WrK} - m_M \cdot g \cdot \sin(\gamma) \\
 \mu &= \frac{sf}{v_K} \\
 V_{\Delta\alpha K} &= V_{\Delta\alpha 1} - V_{\Delta\alpha 2} \\
 & \left(\begin{array}{c} \text{VAR} \\ \text{flag} \\ F_z \cdot \frac{1}{N} \\ F_x \cdot \frac{1}{N} \\ \mu \\ l_0 \cdot \frac{1}{m} \\ \text{rund}\left(v_G \cdot \frac{s}{m}, 2\right) \\ \text{rund}(\varepsilon, 1) \\ \text{rund}\left(P_{VG} \cdot \frac{1}{W}, 1\right) \\ c_{\Gamma 1} \\ c_{\Gamma 2} \\ \text{rund}(k_v, 3) \\ \text{rund}(f \cdot s, 3) \\ \text{rund}\left(v_{sK} \cdot \frac{s}{m}, 3\right) \\ \text{rund}\left(P_{Mot} \cdot \frac{1}{N}, 0\right) \end{array} \right) \\
 \text{Ergebnis} &=
 \end{aligned}$$



$$\left(\begin{array}{l} \text{rund}\left(h_s \cdot \frac{1}{m}, 0\right) \\ \text{rund}\left(s_x \cdot \frac{1}{m}, 0\right) \\ \text{rund}\left(t_K \cdot \frac{1}{s}, 0\right) \\ \text{rund}\left(CL \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{km}}{\text{W} \cdot \text{s}}, 0\right) \\ \text{rund}\left(M_{\text{Schl_max}} \cdot \frac{1}{\text{N} \cdot \text{m}}, 0\right) \\ \text{rund}\left(v_{\Delta\alpha K} \cdot \frac{\text{m}}{\text{Grad}}, 1\right) \end{array} \right)$$

4. Gleichgewichtssuche in x- und z-Richtung

Die Gleichgewichtssuche erfolgt durch abwechselnde Nullstellensuche der Kraftsummen in x- und in z-Richtung und zwar solange, bis gleichzeitig ein Kräftegleichgewicht in beiden Richtungen besteht. Dabei wird bei jedem Schritt mit dem Wert des Variationsparameter weiter gerechnet, der vorher in der anderen Krafrichtung zur Nullstelle geführt hat.

- Bei der Suche nach dem Kräftegleichgewicht in **z-Richtung** wird immer der Fluggeschwindigkeitsfaktor k_v variiert.
- Für das Kräftegleichgewichtssuche in **x-Richtung** wird beim Steigflug die Steiggeschwindigkeit v_{sK} und beim Horizontalflug die Flügelschlagfrequenz f als Variationsparameter verwendet.

Die Startwerte der Variablen für die Nullstellensuche werden innerhalb der Funktion vorgegeben.

$$f_{GG}(\mathbf{data1}) = \left| \begin{array}{l} k_v = 1 \\ \text{flag} = \mathbf{data1}_1 \\ \text{if } \text{flag} = 1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} v_{sK} = 1 \\ f = \mathbf{data1}_{11} \end{array} \right. \\ \text{otherwise} \\ \quad \left| \begin{array}{l} v_{sK} = 0 \\ f = 1 \end{array} \right. \\ \text{for } z3 \in 0.. 10 \end{array} \right.$$



```

GG_Variable = ( k_v
                v_sK
                f )

F = f_Flug(data1, k_v, v_sK, f)

break if |F3| < 10^-4 if |F2| < 10^-3

k_v3 = wurzel(f_Flug(data1, k_v, v_sK, f)_2, k_v)

if flag = 1
    v_sK3 = wurzel(f_Flug(data1, k_v3, v_sK, f)_3, v_sK)
    v_sK = v_sK3
otherwise
    f3 = wurzel(f_Flug(data1, k_v3, v_sK, f)_3, f)
    f = f3
    k_v = k_v3

GG_Variable

```

5. Eingabe der Modelldaten

Nur als Anhaltspunkt werden die als Bereichsvariable in Betracht kommenden Parameter von obigem Modellvorschlag an einen neuen Datenvektor **data** übergeben und zunächst nur angezeigt.

data =

VAR
flag
$m_M \cdot \frac{1}{\text{kg}}$
$b \cdot \frac{1}{\text{m}}$
Λ
y_{kr}
l_{sr}
c_{amG}
$c_{\Gamma G}$
$c_{\Gamma 1_min}$
$c_{\Gamma 2_max}$
$f \cdot s$
ϕ_E
$E_{Akku} \cdot \frac{1}{C \cdot V}$

data =

	0
0	0
1	1
2	4
3	2.8
4	10
5	0.8
6	0.7
7	0.65
8	8
9	0
10	10
11	1.5
12	0.524
13	57600



Im nächsten Schritt werden diese Werte erneut an den **data**-Vektor übergeben. Es besteht nun im Nahbereich der Ergebnisanzeige die Möglichkeit, die Eingangsparameter zu verändern.

Die Dateneingabe erfolgt in nachstehendem, farblich hervorgehobenem Feld. Zur leichteren Orientierung sind daneben in Textform die Bezeichnungen der Parameter mit ihren Indizes im **data**-Vektor aufgelistet.

Die Größe der Eingabewerte wird nicht kontrolliert. Sie stehen untereinander in Beziehung und sollten nach modellbautechnischen Gesetzmäßigkeiten plausibel sein. Andernfalls ist wahrscheinlich kein Kräftegleichgewicht erreichbar.

data =	0	0. Index der Variablen im data -Vektor	VAR
	1	1. Schalter Steigflug/Horizontalflug (1/0)	flag
	4	2. Modellmasse	m_M [kg]
	2.8	3. Spannweite	b [m]
	10	4. Flügelstreckung	Λ
	0.8	5. relativer Flügelumrissknick-Abstand	y_{kr}
	0.7	6. relative Flügeltiefe an der Flügelspitze	l_{sr}
	0.65	7. mittlerer Auftriebsbeiwert im Gleitflug	c_{amG}
	8	8. Zirkulationskennzahl für den Gleitflug	$c_{\Gamma G}$
	0	9. Minimale Aufschlag-Zirkulationskennzahl	$c_{\Gamma 1_min}$
	10	10. Maximale Abschal-Zirkulationskennzahl	$c_{\Gamma 2_max}$
	1.5	11. Flügelschlagfrequenz	f [Hz]
	30·Grad	12. Schlag-Endlagenwinkel	ϕ_E [rad]
	57600	13. Akku-Energie	E_{Akku} [CV]

Diese neuen Daten kommen nun beim Aufruf der Funktion für die Gleichgewichtssuche zum Einsatz.

$$\mathbf{Variable} = f_{GG}(\mathbf{data})$$

Schließlich werden die zum Gleichgewicht führenden Werte von k_v und v_{sK} angewendet und das Modell im Gleichgewichtszustand berechnet. Für die Gleichgewichtssuche im Horizontalflug wird auch noch die Flügelschlagfrequenz f an die Funktion mit übergeben.

$$\mathbf{Flug} = f_{Flug}(\mathbf{data}, \mathbf{Variable}_0, \mathbf{Variable}_1, \mathbf{Variable}_2)$$



6. Ergebnis der Modelldaten

Für die Auswertung wurden 21 Ausgabeparameter ausgewählt.

		Beispielwerte			
		0	0	0. Index der Variablen im data -Vektor	VAR
	0	0	1	1. Schalter Steigflug/Horizontalflug (1/0)	flag
	1	1	0	2. Kraftsumme in z-Richtung	F_z [N]
	2	0	0	3. Kraftsumme in x-Richtung	F_x [N]
	3	0	0.167	4. Reduzierte Frequenz, Soll < 0.2	μ
	4	0.167	0.289	5. Flügelwurzeltiefe	l_0 [m]
	5	0.289	11.21	6. Gleitfluggeschwindigkeit	v_G [m/s]
	6	11.21	14.8	7. Gleitzahl	ε
	7	14.8	29.5	8. Schwebeverlustleistung im Gleitflug	P_{VG} [W]
	8	29.5	0	9. Zirkulationskennzahl des Aufschlags	$c_{\Gamma 1}$
Flug =	10	8.974	8.974	10. Zirkulationskennzahl des Abschlags	$c_{\Gamma 2}$
	11	1.12	1.12	11. Fluggeschwindigkeitsfaktor Kraft/Gleit	k_v
	12	1.5	1.5	12. Schlagfrequenz	f [1/s]
	13	0.453	1.5	13. Modell-Steiggeschwindigkeit	v_{sK} [m/s]
	14	130	0.453	14. Motoreingangsleistung	P_{Mot} [Watt]
	15	200	130	15. Steighöhe	h_s [m]
	16	5559	200	16. Flugstrecke	s_x [m]
	17	443	5559	17. Flugdauer	t_K [sec]
	18	2590	443	18. Spezifische Transportleistung	CL[Ws/kg/km]
	19	53	2590	19. max. Schlagmoment	M_{Schl_max} [Nm]
	20	26.1	53	20. Verwindungskennwert	$V_{\Delta\alpha K}$ [Grad/m]
	21		26.1		

Nur wenn die Kräfte F_z und F_x gleichzeitig gleich Null sind und die reduzierte Frequenz μ kleiner 0,2, ist das Rechenergebnis auf die Praxis übertragbar.

Bei ungeeigneter Modellkonfiguration ist ein Kräftegleichgewicht nicht möglich. In diesem Fall entfällt die Ergebnisanzeige und Mathcad meldet einen Fehler. Ein oder mehrere relevante Eingangsparameter sind dann im **data**-Vektor zu ändern.

Mit diesem Rechenmodell lässt sich nun sehr schön ein in Planung befindliches Ornithoptermodell in verschiedenen Zielrichtungen optimieren. Dazu wählt man beispielsweise ein bestimmtes Modellgewicht, eine bestimmte Spannweite oder einen anderen Parameter als Fixpunkt aus und versucht dann das bestmögliche Ergebnis zu erzielen. Als Zielrichtung interessieren vielleicht die

- größte Steighöhe
- höchste Steiggeschwindigkeit
- größte Flugstrecke im Horizontalflug
- geringste Antriebsleistung im Horizontalflug
- kleinste Flügelverwindung (womöglich sogar ohne Armflügelverwindung), usw.

Natürlich kommen auch Kombinationen mehrerer Ziele in Betracht, beispielsweise die vorstehend genannten zusammen mit Gleitflugdaten.



Es werden zwar eine ganze Reihe möglicher Eingangsparameter automatisch festgelegt (c_{T1} , c_{T2} , v_{sk} , k_v). Eine Vielzahl von Kombinationsmöglichkeiten bleibt aber bestehen. Die hinter den Entwicklungsrichtungen liegenden Gesetzmäßigkeiten sind daher gar nicht so leicht zu erkennen. Gerade das macht aber die Suche nach den Optima recht spannend (beispielsweise folgende Fragestellung: Große Flügelstreckungen sind gut für lange Flugstrecken und kleine Flügelstreckungen sind gut für große Steighöhen. Wie verhält sich dabei aber die Motorleistung?).

7. Horizontalflug

Das Flugverhalten eines Ornithopter mit Profilschlagflügeln ist ein wenig mit dem eines Motorseglers vergleichbar. Im Modellmotorflug strebt man damit hauptsächlich einen kräftigen Steigflug an und im Gleitflug eine große Gleitzahl. Man will schnell Höhe gewinnen um dann in der Termik zu kurbeln. Aber auch die Erzielung großer Flugstrecken kann dabei eine Optimierungsrichtung sein.

Die Stärke des Schlagfluges dürfte im Streckenflug liegen. Vögel bringen es dabei zu phantastischen Leistungen. Im Flugmodellbau ist der Streckenflug aber eine eher seltene Disziplin. Hier liegen jedenfalls keine Daten vom Streckenflug motorisierter Flugmodelle vor. Um Propellermodelle mit Ornithoptern vergleichen zu können, sollten die Daten etwas über die zurückgelegte Flugstrecke (ohne Windeinfluss) pro Wattstunde und pro Kilogramm Modellmasse aussagen (spezifische Transportleistung).

Um bei Schlagflügelmodellen wenigstens theoretische Betrachtungen über den Horizontalflug anstellen zu können, bietet das Rechenmodell die Möglichkeit diesen gezielt zu untersuchen. Man kann dazu bei der automatischen Kraftgleichgewichtsuche zwischen Steigflug und Horizontalflugberechnung wechseln.

Die Umschaltung erfolgt mit dem Eingangsparameter "flag". Statt im Steigflug (flag = 1) mit der Variablen v_{sk} , wird im Horizontalflug (flag = 0) durch Variation der Flügelschlagfrequenz f ein Kräftegleichgewicht in x-Richtung gesucht. Die Flügelschlagfrequenz ist dabei in der Regel kleiner als beim Steigflug. Man sollte aber neben anderen Veränderungen zusätzlich auch die Zirkulationskennzahlen von Auf- und Abschlag weiter eingrenzen, also näher an die Zirkulationskennzahl des Gleitfluges heranrücken.

Durch geeignete Parameterwahl ist ein Modell mit dem Gewicht und der Energie wie im Rechenbeispiel durchaus so hinzutrimmen, dass es im Horizontalflug Flugstrecken über 10 km schafft. Dies wird insbesondere mit großen Flügelstreckungen erreicht. Allerdings ist dabei zu beachten, dass der hier praktizierte Bezug des Modellrestwiderstandbeiwertes c_{wr} auf die Flügelfläche A - statt auf die Rumpfquerschnitt oder Leitwerksfläche - ein Vereinfachung darstellt. Bei großen Veränderungen der Flügelstreckungen verzerrt das die Ergebnisse etwas.

8. Bereichsberechnung

Um bei der Auswertung die Veränderungen bei Variation eines Parameters leichter beurteilen zu können, soll nun die Berechnung in einem ganzen Datenbereich ermöglicht werden. Dazu dient die folgende Funktion f_{Reihe}



$$f_{\text{Reihe}}(\mathbf{data2}, \text{VAR_Nr}, \text{Anfang}, \text{Anzahl}, \text{Schrittweite}) = \begin{array}{l} \mathbf{data3} = \mathbf{data2} \\ \text{for } w \in 0.. \text{Anzahl} \\ \quad \mathbf{data3}_{\text{VAR_Nr}} = \text{Anfang} + w \cdot \text{Schrittweite} \\ \quad \mathbf{Var} = f_{\text{GG}}(\mathbf{data3}) \\ \quad \mathbf{data3}_0 = \text{Anfang} + w \cdot \text{Schrittweite} \\ \quad \mathbf{Ergebnis}^{\langle w \rangle} = f_{\text{Flug}}(\mathbf{data3}, \mathbf{Var}_0, \mathbf{Var}_1, \mathbf{V} \\ \mathbf{Ergebnis} \end{array}$$

(nur teilweise abgebildetes "Ergebnis<w>" muss heißen = fFlug(data3,Var0,Var1,Var2)

Neben den Variationswerten des Bereichsparameters wird dieser Funktion auch der **data**-Vektor mit den Eingabedaten übergeben.

8.1 Festlegung der Bereichsvariablen

Die Festlegung der Bereichsvariablen erfolgt in den nachstehenden, farblich hervorgehobenen Feldern. Mit dem "Index der Variablen" bestimmt man, welche der Eingangsparameter als Bereichsvariable verwendet werden soll. Zur Erinnerung sind daneben in Textform die Namen der Variablen und ihre Indizes im **data**-Vektor noch einmal aufgelistet.

Die Werte der übrigen drei farblich hervorgehobenen Felder beschreiben den gewünschten Untersuchungsbereich.

Beim Horizontalflug ist die Variation der Flügelschlagfrequenz wirkungslos !

Index_der_Variablen = 11	0. Index der Variablen im data -Vektor	VAR
Anfangswert = 1.2	1. Schalter Steigflug/Horizontalflug (1/0)	flag
Schrittweite = 0.1	2. Modellmasse	m_M [kg]
Endwert = 1.5	3. Spannweite	b [m]
	4. Flügelstreckung	Λ
	5. relativer Flügelumrissknick-Abstand	y_{kr}
	6. relative Flügeltiefe an der Flügelspitze	l_{sr}
	7. mittlerer Auftriebsbeiwert im Gleitflug	c_{amG}
	8. Zirkulationskennzahl für den Gleitflug	$c_{\Gamma G}$
	9. Minimale Aufschlag-Zirkulationskennzahl	$c_{\Gamma 1_min}$
	10. Maximale Abschlag-Zirkulationskennzahl	$c_{\Gamma 2_max}$
	11. Flügelschlagfrequenz	f [1/s]
	12. Schlag-Endlagenwinkel	ϕ_E [rad]
	13. Akku-Energie	E_{Akku} [CV]

Diese Werte werden nun an die Funktion f_{Reihe} übergeben.

Anzahl der Rechendurchgänge $\text{Anzahl} = \frac{\text{Endwert} - \text{Anfangswert}}{\text{Schrittweite}}$

Begrenzung auf 10 Rechendurchgänge $\text{Anzahl} = \text{wenn}(\text{Anzahl} > 10, 10, \text{Anzahl})$



Achtung !

Die Berechnung im Datenbereich kann einige Minuten dauern. Um unbeabsichtigte Rechengänge zu vermeiden, sollte man vor der Aktivierung der nachstehenden Gleichung die automatische Berechnung des Arbeitsblattes abschalten.

8.2 Ergebnis der Bereichsberechnung

Matrix = f_{Reihe}(data, Index_der_Variablen, Anfangswert, Anzahl, Schrittweite)

Matrix =

	0	1	2	3
0	1.2	1.3	1.4	1.5
1	1	1	1	1
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0.133	0.145	0.156	0.167
5	0.289	0.289	0.289	0.289
6	11.21	11.21	11.21	11.21
7	14.8	14.8	14.8	14.8
8	29.5	29.5	29.5	29.5
9	0	0	0	0
10	8.95	8.958	8.966	8.974
11	1.124	1.123	1.121	1.12
12	1.2	1.3	1.4	1.5
13	0.114	0.226	0.339	0.453
14	103	112	121	130
15	64	116	161	200
16	7044	6474	5984	5559
17	559	514	476	443
18	2044	2224	2406	2590
19	48	49	51	53
20	17.5	20.4	23.3	26.1
21				

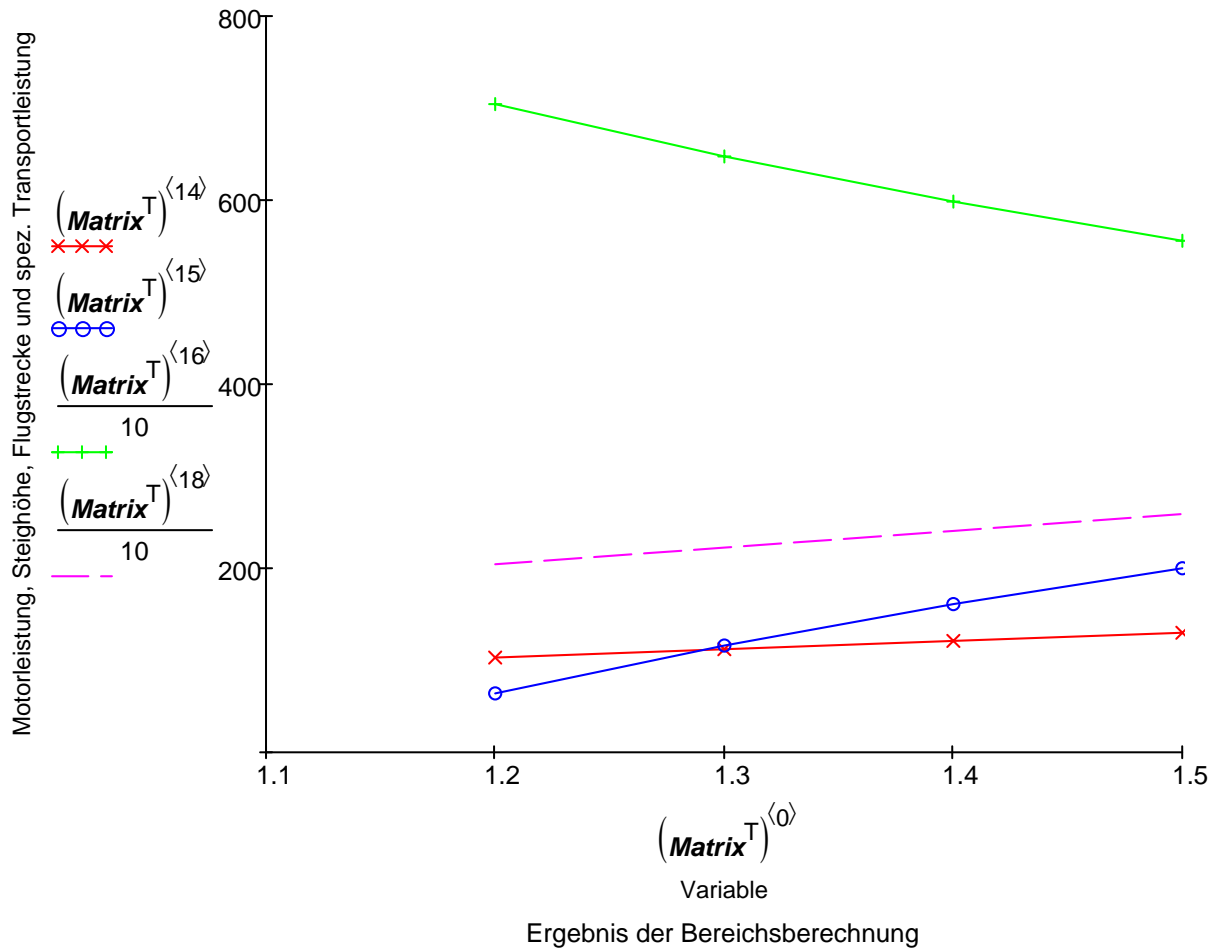
- 0. Wert der Bereichsvariablen VAR
- 1. Schalter Steigflug/Horizontalflug (1/0) flag
- 2. Kraftsumme in x-Richtung F_z [N]
- 3. Kraftsumme in x-Richtung F_x [N]
- 4. Reduzierte Frequenz, Soll < 0.2 μ
- 5. Flügelwurzelteiefe l₀ [m]
- 6. Gleitfluggeschwindigkeit v_G [m/s]
- 7. Gleitzahl ε
- 8. Schwebeverlustleistung im Gleitflug P_{VG} [W]
- 9. Zirkulationskennzahl des Aufschlags c_{T1}
- 10. Zirkulationskennzahl des Abschlags c_{T2}
- 11. Fluggeschwindigkeitsfaktor Kraft/Gleit k_v
- 12. Schlagfrequenz f [1/s]
- 13. Modell-Steiggeschwindigkeit v_{sK} [m/s]
- 14. Motoreingangsleistung P_{Mot} [Watt]
- 15. Steighöhe h_s [m]
- 16. Flugstrecke s_x [m]
- 17. Flugdauer t_K [sec]
- 18. Spezifische Transportleistung CL [Ws/kg/km]
- 19. Maximales Schlagmoment M_{Schl_max} [Nm]
- 20. Verwindungskennwert V_{ΔαK} [Grad/m]

Bei ungeeigneter Modellkonfiguration ist ein Kräftegleichgewicht nicht möglich. Wenn dies auch nur bei einem der Bereichsschritte der Fall ist, entfällt die ganze Ergebnisanzeige und Mathcad meldet einen Fehler. Die Daten der Bereichsvariablen sind dann in geeigneter Weise abzuändern. Das Fenster geeigneter Modellkonfigurationen ist relativ klein.

Nur wenn die Kräfte F_z und F_x eines Rechenschrittes gleichzeitig Null sind und seine reduzierte Frequenz μ kleiner 0,2 ist, ist das Rechenergebnis auf die Praxis übertragbar.



Zur besseren Darstellung sind in nachfolgender Grafik einige Werte durch 10 dividiert.



In der Praxis werden bei einem Modell meist mehrere Ziele gleichzeitig verfolgt. Beispielsweise soll ein Ornithopter eine möglichst große Steighöhe, bei kleiner Motorleistung und mit kleiner Flügelverwindung erzielen und womöglich auch noch gut im Gleitflug sein. Die diesbezüglich mit dem Rechenmodell erzielbare Datenflut führt leicht zur Verwirrung. Besser ist es, eine zusammenfassende Benotungen jeder Modellkonfiguration zu haben.

Dazu wäre zunächst eine zahlenmäßige **Bewertung** (z. B. mit Werten von 1 bis 10) der Ergebnisse der einzelnen Ausgabeparameter erforderlich.

Außerdem ist jeder der Ausgabeparameter entsprechend der Aufgabenstellung und der persönlichen Beurteilung zu **gewichten** (z. B. ebenfalls mit Werten von 1 bis 10). Dies dient insbesondere der Betonung der einzelnen Ausgabeparamter unereinander.

Die Bewertung und Gewichtung kann dann durch Produktbildung in einer **Gesamtnote** jeder Modellkonfiguration zusammengefasst werden.

Mit so einer Gesamtnote sind zahlenmäßige Vergleiche des Modells als Ganzes möglich. Dieses beim **EV7** und **EV8** praktizierte Konzept ist aber hier mit Mathcad und für womöglich sehr unterschiedliche Modellgrößen erst noch zu verwirklichen.